Die Knobelecke

Mathematik außerhalb des Unterrichts
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim

Musterlösung 1. Runde 2022/23
Klassenstufen 9 und 10

Aufgabe 1

The smallest common denominator[1] is 2520 x;

therefore: $$\frac{1}{x}+\frac{1}{2x}+\frac{1}{3x}+\frac{1}{4x}+\frac{1}{5x}+\frac{1}{6x}+\frac{1}{7x}+\frac{1}{8x}+\frac{1}{9x}+\frac{1}{10x}$$

$$= \frac{2520+1260+840+630+504+420+360+315+280+252}{2520x} = \frac{7381}{2520x}$$

Aufgabe 2

$S_{17} = (1-2)+(2-3)+\ldots+(15-16)+17 = -8+17 = 9$
$S_{33} = (1-2)+(2-3)+\ldots+(31-32)+33 = -16+33 = 17$
$S_{50} = (1-2)+(2-3)+\ldots+(49-50) = -25$

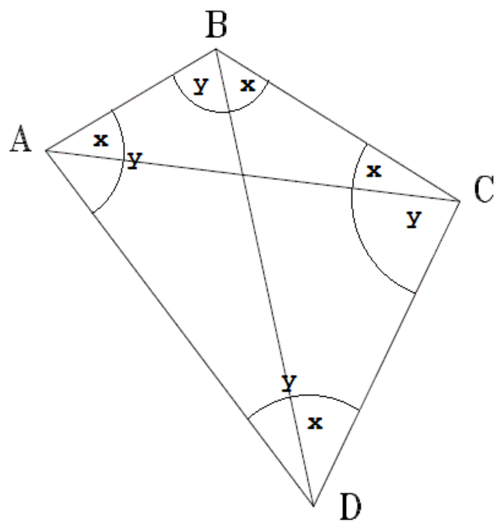
Es ist also $S_{17}+S_{33}+S_{50} = 9+17-25 = \mathbf{1}$

1 Hauptnenner (wörtlich: „kleinster gemeinsamer Nenner“)

Die Knobelecke

Mathematik außerhalb des Unterrichts
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim

Aufgabe 3



Da |AB| = |BC| = |CD| und |AC| = |BD| gefordert ist, sind die beiden gleichschenkligen Dreiecke ΔACB (Basis $\overline{AC}$) und ΔBDC (Basis $\overline{BD}$) kongruent.

Daraus folgt:

- Die in der Zeichnung mit x bezeichneten Winkel sind alle gleich groß.
- Die beiden Winkel ∠ABC und ∠BCD müssen auch gleich groß sein (nämlich je 180° – 2x)

Damit müssen aber auch die beiden Winkel ∠ABD und ∠ACD (mit y bezeichnet) gleich groß sein.

Nach Voraussetzung sind aber auch die beiden Dreiecke ΔADB und ΔADC gleichschenklig (Basis $\overline{AB}$ bzw. $\overline{CD}$).
Dies führt dazu, dass die Winkel ∠DAB und ∠CDA gleich y sein müssen.

Die Winkelsumme im Dreieck ΔABC fordert:
$x + x + (x+y) = 180° \Rightarrow 3x + y = 180°$ bzw. $y = 180° – 3x$. Dies in die Winkelsumme des Vierecks ABCD ($y+y+(x+y)+(x+y) = 2x + 4y = 360°$) eingesetzt, führt auf $x = 36°$ sowie $y = 72°$.
Daher muss der gesuchte Winkel ∠ABC die Weite von 108° haben.
(Anmerkung: Das Viereck ABCD ist ein gleichschenkliges Trapez)