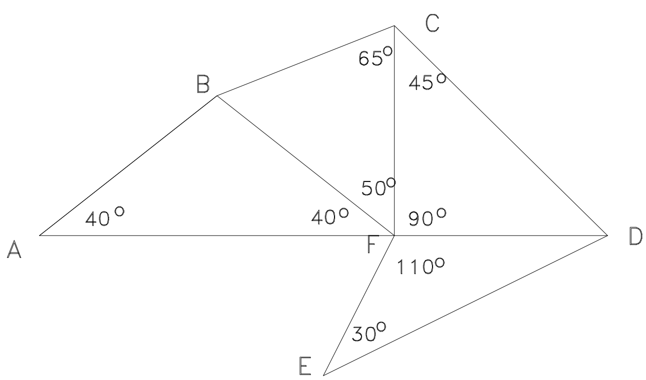
Die Knobelecke

Mathematik außerhalb des Unterrichts
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim

Musterlösung 1. Runde 2023/24
Klassenstufen 11 bis 13

Aufgabe 1



- Da die längste Seite eines Dreiecks stets dem größten Winkel gegenüber liegt, können die folgenden (längsten) Seiten *nicht* die kürzesten Strecken der gesamten Figur sein: $\overline{AF}$, $\overline{BF}$, $\overline{CF}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$

Übrig sind nun noch die Kandidaten $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$.

- Weil ΔAFB gleichschenklig ist (und $\overline{BF}$ schon ausgeschieden ist), kann auch $\overline{AB}$ nicht die kürzeste Strecke sein.
- Weil ΔCFD gleichschenklig ist (und $\overline{CF}$ schon ausgeschieden ist), kann auch $\overline{DF}$ nicht die kürzeste Strecke sein.

Übrig sind jetzt nur noch $\overline{BC}$ und $\overline{EF}$.

- $\overline{EF}$ ist aber auf jeden Fall länger als $\overline{DF}$, denn $\overline{EF}$ liegt im ΔDEF der größere Winkel gegenüber. Damit scheidet $\overline{EF}$ aus.

Also ist $\overline{BC}$ die kürzeste Strecke.

Die Knobelecke

Mathematik außerhalb des Unterrichts
am Theodor-Heuss-Gymnasium Pforzheim

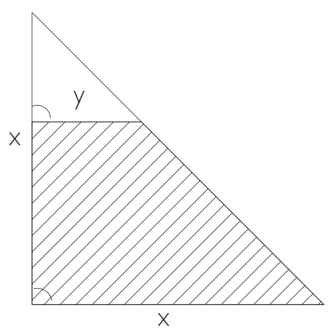
Aufgabe 2

Wenn das innere Quadrat einen Flächeninhalt von 3 FE hat, beträgt seine Seitenlänge $s = \sqrt{3\text{ FE}} = \sqrt{3}$ LE.

Die Diagonale des inneren Quadrats ist dann $d = \sqrt{2}\,s = \sqrt{6}$ LE, der Radius des Kreises ist aber $r = \frac{1}{2} d = \sqrt{6}/2$ LE $= \sqrt{6/4}$ LE $= \sqrt{3/2}$ LE.

Also ist der Flächeninhalt des Kreises $\pi r^2 =$ **$3/2\,\pi$ FE**.

Und der Flächeninhalt des äußeren Quadrats (mit Seitenlänge 2r) beträgt $(2r)^2 = 4r^2 = 4 \cdot 3/2$ LE² = **6 FE**.



Aufgabe 3

Das große (rechtwinklig-gleichschenklige) Dreieck hat den Flächeninhalt $x^2/2$.

Das kleine Dreieck ist (wegen gleichen Winkeln) *ähnlich* dem großen Dreieck, also auch rechtwinklig-gleichschenklig, und hat den Flächeninhalt $y^2/2$.

Die schraffierte Fläche ist die Differenz von großem und kleinem Dreieck,

also $A = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = \frac{x^2 - y^2}{2}$, somit stimmt nur **Term a)**.